

آموزش مفهومی + حل تمرین + آمادگی امتحان

مجموعه‌ها

فصل اول ریاضی نهم - مطابق کتاب درسی چاپ ۱۴۰۴

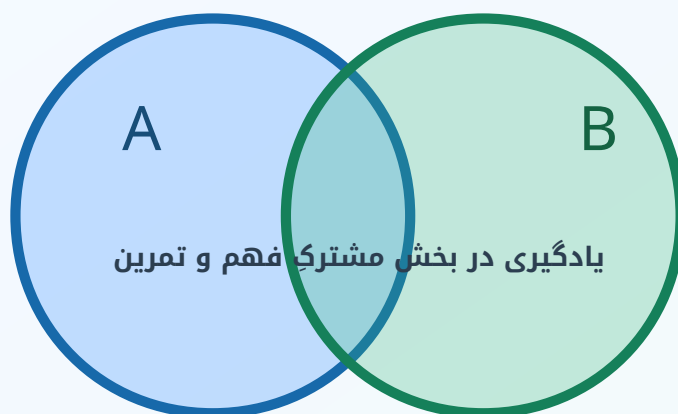
از «مجموعه چیست؟» تا اجتماع، اشتراک، تفاضل و احتمال؛ قدم به قدم مثل یک کلاس واقعی

آزمون ۲۰ نمره‌ای

دام امتحانی

مثال حل شده

درسنامه ساده



شروع کلاس

قبل از تدریس، خودت را محک بزن

این پنج پرسش نمره ندارد؛ فقط کمک می‌کند بفهمی از کجا باید شروع کنیم.

۱

کدام عبارت یک مجموعه مشخص می‌سازد؟
الف) چند فیلم جالب ب) عددهای اول کوچک‌تر از ۲۰

۲

اگر $A = \{-2, 0, 2, 4\}$ باشد، درستی $0 \in A$ و $3 \notin A$ را تعیین کن.

۳

آیا $\emptyset$ و $\{\emptyset\}$ برابرند؟ تعداد عضوهای هرکدام را بنویس.

۴

آیا $\{1, 2, 3\} = \{3, 2, 1, 1\}$ درست است؟ دلیل بیاور.

۵

در پرتاب یک تاس، احتمال آمدن عدد زوج چقدر است؟

نقشه راه فصل

درس ۱

معرفی مجموعه، عضو، تهی، زیرمجموعه

درس ۲

برابری و روش‌های نمایش مجموعه

درس ۳

اجتماع، اشتراک و تفاضل

درس ۴

مجموعه‌ها و احتمال

پاسخ سریع پیش‌آزمون

۱) گزینه ب ۲) هر دو درست ۳) خیر؛ $n(\emptyset)=0$ و $n(\{\emptyset\})=1$ ۴) بله؛ ترتیب و تکرار اثری ندارد. ۵) $3/6 = 1/2$

روش استفاده از جزوه

هر مثال را ابتدا خودت حل کن، سپس راه‌حل را بخوان. کنار سؤال‌هایی که اشتباه می‌کنی یک ستاره بگذار و ۲۴ ساعت بعد دوباره حلشان کن.

مجموعه چیست؟

هدف: بتوانی تشخیص بدهی یک عبارت «مجموعه» می‌سازد یا نه.

مجموعه

دسته‌ای از اشیای کاملاً مشخص و متمایز است؛ یعنی درباره هر شیء بتوانیم با اطمینان بگوییم عضو مجموعه هست یا نیست.

مثال درست

عددهای زوج مثبت کوچک‌تر از ۱۰

$$A = \{2, 4, 6, 8\}$$

عضوها کاملاً مشخص‌اند.

مثال نادرست

چند دانش‌آموز باهوش مدرسه

«باهوش» معیار دقیق و یکسانی ندارد؛ پس عبارت، مجموعه مشخصی نمی‌سازد.

مثال تهی

عددهای طبیعی بین ۲ و ۳

$$B = \emptyset$$

عضوی ندارد، اما باز هم یک مجموعه است.

گفت‌وگوی کلاسی

معلم: «سه شهر زیبای ایران» مجموعه است؟

دانش‌آموز: نه؛ چون زیبایی سلیقه‌ای است.

معلم: «سه مرکز استان با نام مشخص: تهران، شیراز، تبریز» چطور؟

دانش‌آموز: بله؛ اعضا روشن و قابل تشخیص‌اند.

همین حالا پاسخ بده

چند کتاب خوب

ماه‌های ۳۱ روزه

غذاهای خوشمزه

مقسوم‌علیه‌های مثبت ۱۸

پاسخ: عبارت‌های اول و سوم مجموعه مشخص می‌سازند.

عضو، عضو نبودن و مجموعه‌های عددی

نشانه‌ها را مثل واژه‌های یک زبان تازه بخوان.

 $\in$

عضو است

$3 \in \{1, 3, 5\}$

 $\notin$

عضو نیست

$4 \notin \{1, 3, 5\}$

 $\emptyset$

مجموعه تهی

هیچ عضوی ندارد

 $n(A)$

تعداد اعضا

$n(\{a, b, c\}) = 3$

سه قانون طلایی نوشتن مجموعه

۱. آکولاد را فراموش نکن: $\{ \}$
۲. عضو تکراری فقط یک بار شمرده می‌شود.
۳. ترتیب اعضا مهم نیست.

دام بسیار مهم

$\emptyset$ هیچ عضو ندارد، اما $\{\emptyset\}$ یک عضو دارد و آن عضو، خود مجموعه تهی است.
 $\emptyset \neq \{\emptyset\}$

مجموعه‌های عددی آشنا

نام	نماد و چند عضو
طبیعی	$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$
حسابی	$\mathbb{W} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$
صحیح	$\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$
گویا	$\mathbb{Q} = \{a/b \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0\}$

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{W} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$$

در این جزوه، مطابق قرارداد رایج کتاب نهم، مجموعه طبیعی از ۱ شروع شده است.

زیرمجموعه؛ عضوها را یکی‌یکی بررسی کن

اگر هر عضو A در B هم باشد، می‌گوییم A زیرمجموعه B است.

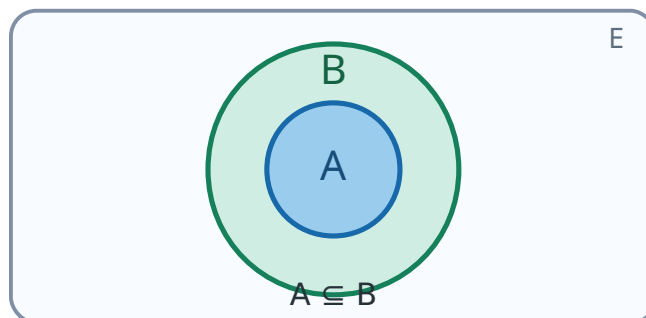
$A \subseteq B$ یعنی: هرچه در A است، در B نیز هست.

مثال ۱

$B = \{1, 2, 3, 4\}$ و $A = \{1, 3\}$

عضو ۱ و عضو ۳ هر دو در B هستند؛ پس:

$$A \subseteq B$$



همیشه درست: $\emptyset \subseteq A$

همیشه درست: $A \subseteq A$

اگر A زیرمجموعه B و نابرابر با B باشد: زیرمجموعه محض است.

مثال ۲

$C = \{1, 5\}$ و همان B

عدد ۵ در B نیست؛ پس:

$$C \not\subseteq B$$

عضو یا زیرمجموعه؟

به آکولاد دقت کن: اگر $B = \{\{1, 2, 3\}\}$ باشد، آنگاه $1 \in B$ درست است و $\{\{1\}\} \subseteq B$ هم درست است؛ اما $1 \subseteq B$ بی‌معناست، چون ۱ یک عدد است، نه یک مجموعه.

تمرین‌های درس ۱ با راه‌حل معلمی

قلم بردار؛ اول خودت، بعد راه‌حل.

سؤال ۱

مجموعه $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 \leq x < 2\}$ را با نوشتن اعضا نمایش بده.

فکر می‌کنیم: عدد صحیح از ۳- شروع می‌شود و ۲ وارد مجموعه نمی‌شود.
 $n(A)=5$ و $A = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$

سؤال ۲

اگر $B = \{0, \{0\}\}$ باشد، درستی عبارت‌ها را تعیین کن:
 $\emptyset \in B$ ، $\{0\} \subseteq B$ ، $\{0\} \in B$ ، $0 \in B$

پاسخ: سه عبارت اول درست‌اند؛ آخری نادرست است.
 مجموعه تهی عضو B نیست، ولی زیرمجموعه B است.

سؤال ۳

همه زیرمجموعه‌های $C = \{a, b\}$ را بنویس.

زیرمجموعه صفرعضوی، تک‌عضوی و دوعضوی داریم:
 $\emptyset$ ، $\{a\}$ ، $\{b\}$ ، $\{a, b\}$

سؤال ۴

آیا «عددهای اول زوج» یک مجموعه تهی است؟

خیر. تنها عدد اول زوج، ۲ است؛ پس مجموعه برابر $\{2\}$ است.

توقف و جمع‌بندی

برای تشخیص مجموعه، «مشخص بودن» مهم است؛ برای عضویت از $\exists$ و برای زیرمجموعه از $\subseteq$ استفاده می‌کنیم؛ مجموعه تهی عضو ندارد، ولی زیرمجموعه هر مجموعه است.

مجموعه‌های برابر و سه روش نمایش

دو مجموعه وقتی برابرند که دقیقاً عضوهای یکسان داشته باشند.

$$A = \{1, 2, 3\} = B = \{3, 1, 2, 2\}$$

ترتیب مهم نیست و تکرار، عضو تازه نمی‌سازد.

۱) توصیفی

«عددهای زوج مثبت کوچک‌تر از ۱۰»

با جمله فارسی، ویژگی را می‌گوییم.

۲) فهرست اعضا

$\{2, 4, 6, 8\}$

برای مجموعه‌های محدود و کوتاه مناسب است.

۳) نماد سازنده

$\{x \in \mathbb{N} \mid x < 10, x \text{ is even}\}$

برای مجموعه‌های بزرگ یا نامتناهی بهترین روش است.

مثال برابری

اگر $C = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 \leq x < 4\}$ و $D = \{\{3, 2, 1\}\}$ باشد، ابتدا C را فهرست می‌کنیم: $C = \{\{1, 2, 3\}\}$. بنابراین $C = D$.

برای بررسی برابری، این سه سؤال را بپرس

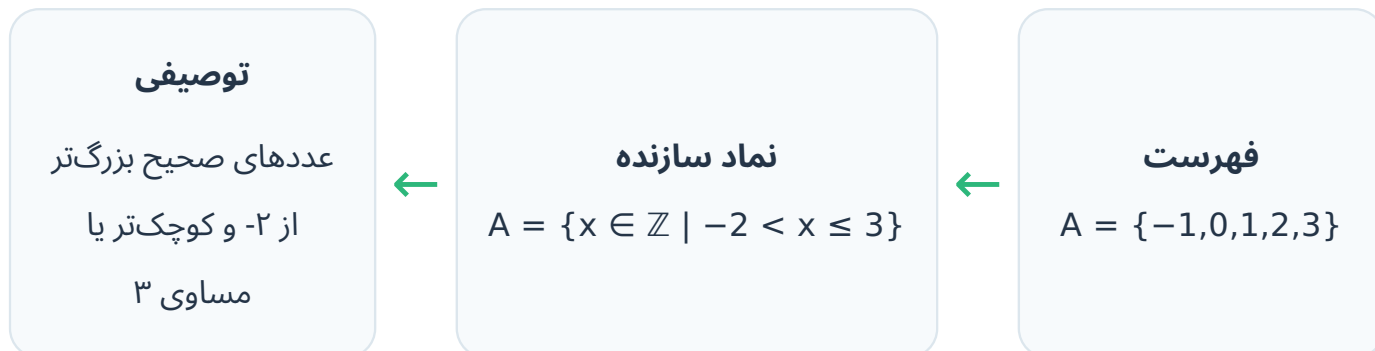
۳ آیا عضو اضافه یا جافتاده‌ای وجود ندارد؟

۲ آیا هر عضو B در A هست؟

۱ آیا هر عضو A در B هست؟

از یک نمایش به نمایش دیگر

در امتحان معمولاً باید بین «توصیفی»، «فهرست» و «نماد سازنده» جابه‌جا شوی.



مجموعه نامتناهی

وقتی فهرست اعضوها تمام نمی‌شود، الگو را با سه‌نقطه یا نماد سازنده نشان می‌دهیم:

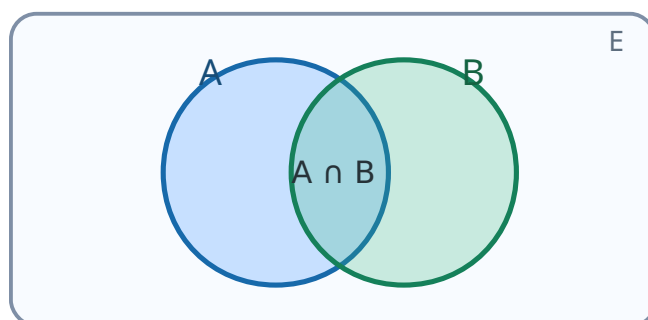
$$E = \{2, 4, 6, 8, \dots\} = \{2k \mid k \in \mathbb{N}\}$$

نکته

سه‌نقطه فقط وقتی درست است که الگو کاملاً روشن باشد. نوشتن $\{ \dots, 1, 3, 5 \}$ بدون توضیح ممکن است ابهام داشته باشد.

نمودار ون

مجموعه مرجع E را با مستطیل و هر مجموعه را با یک منحنی بسته نشان می‌دهیم.



تمرین فوری

مجموعه «مضرب‌های ۳ طبیعی کوچک‌تر از ۱۵» را به دو روش بنویس.

پاسخ: $\{3, 6, 9, 12\}$ و $\{3k \mid k \in \mathbb{N}, 3k < 15\}$

تعداد اعضوها و تعداد زیرمجموعه‌ها

این بخش کوتاه است، اما سؤال امتحانی آن بسیار پرتکرار است.

تعداد اعضوها

$$A = \{a, b, c\} \Rightarrow n(A) = 3$$

تکرارها را حذف کن: اگر $B = \{1, 1, 2, 2, 3\}$ باشد، آنگاه $n(B) = 3$.

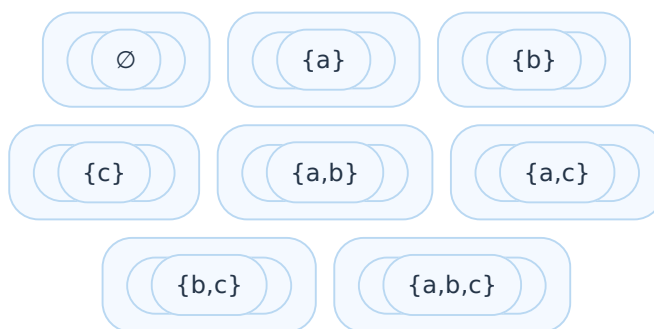
چرا تعداد زیرمجموعه‌ها ۲ به توان n است؟

برای هر عضو دو انتخاب داریم: «در زیرمجموعه باشد» یا «نباشد». اگر n عضو داشته باشیم، تعداد حالت‌ها برابر $2 \times 2 \times \dots \times 2$ یعنی 2^n می‌شود.

$$n(A) = n \Rightarrow 2^n \text{ زیرمجموعه}$$

مثال: مجموعه سه‌عضوی

$A = \{a, b, c\}$ هشت زیرمجموعه دارد:



کل زیرمجموعه‌ها: 2^n

غیرتهی: $2^n - 1$

نه تهی و نه خود مجموعه: $2^n - 2$

نمونه امتحانی

یک مجموعه ۵ عضوی چند زیرمجموعه دارد؟ $2^5 = 32$. چند زیرمجموعه غیرتهی دارد؟ $32 - 1 = 31$.

کارگاه حل

تمرین‌های درس ۲

روش حل را مرحله به مرحله ببین و بعد سؤال مشابه بساز.

سؤال ۱: تبدیل نمایش

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -1 < x \leq 4\}$$

عددهای صحیح مجاز: $0, 1, 2, 3, 4$
پس $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ و $n(A) = 5$

سؤال ۲: برابری

$$C = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 7, x \text{ even}\} \text{ و } B = \{2, 4, 6\}$$

C را فهرست می‌کنیم: $\{2, 4, 6\}$. پس $B = C$.

سؤال ۳: شمارش زیرمجموعه

مجموعه‌ای ۴ عضو دارد. تعداد زیرمجموعه‌های غیرتهی را بیاب.

کل: $2^4 = 16$. مجموعه تهی را حذف می‌کنیم: $16 - 1 = 15$.

سؤال ۴: درست یا نادرست

الف) $\emptyset \in \{\emptyset\}$ (ب) $\emptyset \subseteq \{\emptyset\}$
ج) $\{1\} \in \{1, 2\}$ (د) $\{1\} \subseteq \{1, 2\}$

الف درست، ب درست، ج نادرست، د درست. درج،
عضوها ۱ و ۲ هستند؛ نه مجموعه $\{1\}$.

تکلیف یک‌دقیقه‌ای

یک مجموعه ۶ عضوی چند زیرمجموعه دارد؟ چند زیرمجموعه غیرتهی و به‌جز خود مجموعه؟
پاسخ: 64 و 62.

اجتماع، اشتراک و تفاضل

سه عمل اصلی را با واژه‌های «یا»، «و»، «در اولی ولی نه در دومی» به خاطر بسپار.

U

اجتماع

عضوهایی که در A یا در B (یا در هر دو) باشند.

∩

اشتراک

عضوهایی که هم در A و هم در B باشند.

—

تفاضل

عضوهایی که در A باشند، اما در B نباشند.

مثال مادر

$B = \{3, 4, 5\}$ و $A = \{1, 2, 3, 4\}$

اجتماع

$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

اشتراک

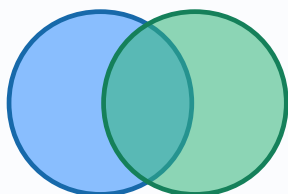
$A \cap B = \{3, 4\}$

تفاضل اول

$A - B = \{1, 2\}$

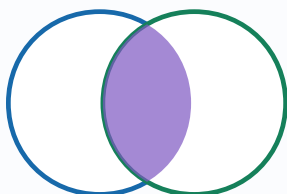
تفاضل دوم

$B - A = \{5\}$



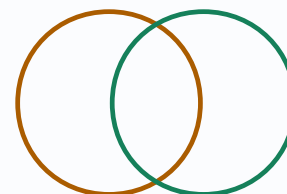
$A \cup B$

اجتماع: هرچه در A یا B است



$A \cap B$

اشتراک: عضوهای مشترک



$A - B$

تفاضل: در A هست، در B نیست

توجه

اجتماع و اشتراک جابه‌جایی‌پذیرند: $A \cup B = B \cup A$ و $A \cap B = B \cap A$. اما تفاضل معمولاً جابه‌جایی‌پذیر نیست: $A - B \neq B - A$.

درس ۳

قانون‌های مهم و میانبرهای امن

به جای حفظ خشک، هر قانون را با معنای آن بفهم.

$$A \cup \emptyset = A$$

اضافه کردن «هیچ» چیزی را تغییر نمی‌دهد.

$$A \cap \emptyset = \emptyset$$

هیچ عضو مشترکی با تهی وجود ندارد.

$$A - A = \emptyset$$

اگر همه عضوهای A را حذف کنیم، چیزی نمی‌ماند.

$$A \cup A = A$$

تکرار عضوها اثری ندارد.

$$A \cap A = A$$

هر عضو A با خودش مشترک است.

$$A - \emptyset = A$$

حذف مجموعه تهی، عضوی را حذف نمی‌کند.

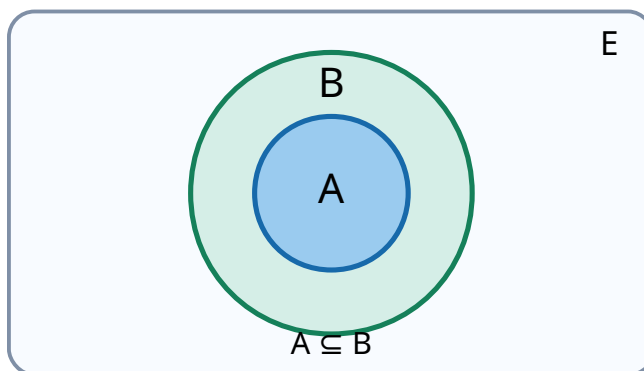
اگر A زیرمجموعه B باشد

در این حالت همه A داخل B است؛ پس:

$$A \cap B = A$$

$$A \cup B = B$$

$$A - B = \emptyset$$



مجموعه مرجع و بیرون مجموعه

اگر E مجموعه مرجع باشد، $E - A$ یعنی عضوهای مرجع که در A نیستند. این همان «خارج A» در مستطیل نمودار ون است.

سریع بگو

اگر $A \subseteq B$ و $n(A) = 4$ و $n(B) = 9$ ، آنگاه $n(A \cap B) = ?$ و $n(A \cup B) = ?$

پاسخ: ۴ و ۹.

مسئله‌های کلامی با نمودار ون

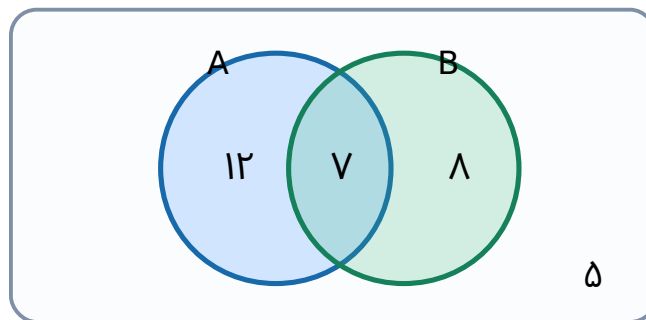
راز حل: بخش مشترک را دو بار بشمار.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

مسئله

در یک کلاس ۳۲ نفره، ۱۹ نفر فوتبال، ۱۵ نفر والیبال و ۷ نفر هر دو ورزش را دوست دارند.

۱. فقط فوتبال: $19 - 7 = 12$
۲. فقط والیبال: $15 - 7 = 8$
۳. حداقل یکی: $19 + 15 - 7 = 27$
۴. هیچ‌کدام: $32 - 27 = 5$



● فقط فوتبال: ۱۲ ● فقط والیبال: ۸ ● مشترک: ۷ بیرون: ۵

چرا ۷ را کم کردیم؟

آن ۷ نفر یک‌بار در عدد ۱۹ و یک‌بار در عدد ۱۵ شمرده شده‌اند. برای اینکه فقط یک‌بار حساب شوند، یک‌بار کم‌شان می‌کنیم.

الگوی امتحانی: معمولاً یکی از چهار مقدار «فقط A»، «فقط B»، «حداقل یکی» یا «هیچ‌کدام» خواسته می‌شود. ابتدا مشترک را در ناحیه وسط قرار بده.

کارگاه حل

تمرین‌های درس ۳

پاسخ‌ها را با نمودار یا فهرست کنترل کن.

سؤال ۱

$B = \{2, 4, 5, 6\}$ و $A = \{1, 2, 3, 4, 6\}$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$A \cap B = \{2, 4, 6\}$$

$$A - B = \{1, 3\}$$

$$B - A = \{5\}$$

سؤال ۲

$E = \{1, 2, \dots, 10\}$ ، A مضرب‌های ۲ و B مضرب‌های ۳ باشد.

$$A \cap B = \{6\}$$

$$A \cup B = \{2, 3, 4, 6, 8, 9, 10\}$$

$$E - (A \cup B) = \{1, 5, 7\}$$

سؤال ۳

در گروه ۲۸ نفره، ۱۷ نفر عضو انجمن ریاضی، ۱۳ نفر عضو انجمن علوم و ۶ نفر عضو هر دو هستند.

$$\text{حداقل یکی: } 17 + 13 - 6 = 24$$

$$\text{هیچ‌کدام: } 28 - 24 = 4$$

سؤال ۴: استدلال

اگر $A \cap B = A$ ، چه رابطه‌ای بین A و B برقرار است؟

همه عضوهای A در B هستند؛ بنابراین $A \subseteq B$.

سؤال چالشی

اگر $n(A) = 12$ ، $n(B) = 9$ و $n(A \cup B) = 17$ باشد، $n(A \cap B)$ را بیاب.

حل: $17 = 12 + 9 - n(A \cap B)$ ، پس اشتراک ۴ عضو دارد.

درس ۴

مجموعه‌ها و احتمال

احتمال یعنی اندازه‌گیری شانس رخ دادن یک پیشامد.

آزمایش تصادفی

نتیجه دقیق از قبل معلوم نیست؛ مثل پرتاب تاس.

فضای نمونه S

مجموعه همه نتیجه‌های ممکن.

پیشامد A

زیرمجموعه‌ای از S که نتیجه‌های مطلوب را دارد.

$$P(A) = n(A) / n(S)$$

وقتی نتیجه‌های فضای نمونه هم‌شانس باشند

مثال: یک تاس سالم

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

پیشامد آمدن عدد بزرگ‌تر از ۴:

$$A = \{5, 6\}$$

$$P(A) = 2/6 = 1/3$$

سه مرز مهم



$$0 \leq P(A) \leq 1$$

$$P(\emptyset) = 0$$

$$P(S) = 1$$

دام امتحانی

فرمول تعداد حالت‌های مطلوب بر کل حالت‌ها فقط وقتی مستقیم به کار می‌رود که حالت‌ها هم‌شانس باشند. در یک گردونه با بخش‌های نابرابر، صرفاً شمردن بخش‌ها کافی نیست.

فضای نمونه را درست بنویس

بیشتر خطاهای احتمال از ناقص نوشتن S آغاز می‌شود.

مثال ۱: دو سکه

شیر را H و خط را T بنویسیم:

$$S = \{HH, HT, TH, TT\}$$

دقیقاً یک شیر:

$$A = \{HT, TH\}$$

$$P(A) = 2/4 = 1/2$$

مثال ۲: کارت‌های

شماره‌دار

یک کارت از بین ۱ تا ۵ انتخاب می‌کنیم. عدد اول بیاید.

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$A = \{2, 3, 5\}$$

$$P(A) = 3/5$$

مثال ۳: تاس

عددی بیاید که هم زوج و هم بزرگ‌تر از ۳ باشد.

$$A = \{4, 6\}$$

$$P(A) = 2/6 = 1/3$$

روش معلم

۱) آزمایش را مشخص کن. ۲) همه حالت‌های ممکن را در S بنویس. ۳) شرط سؤال را به مجموعه A تبدیل کن. ۴) عضوها را بشمار. ۵) کسر را ساده کن.

تمرین

یک عدد به تصادف از مجموعه $\{1, 2, \dots, 12\}$ انتخاب می‌شود. احتمال اینکه مضرب ۴ باشد چقدر است؟

پاسخ: حالت‌های مطلوب $\{4, 8, 12\}$ است؛ بنابراین $3/12 = 1/4$.

احتمال اجتماع و اشتراک پیشامدها

همان عمل‌های مجموعه‌ای، این بار روی نتیجه‌های یک آزمایش.

مثال جامع: پرتاب تاس

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ، پیشامد A: عدد زوج، پیشامد B: عدد بزرگ‌تر از ۳.

A
 $\{2, 4, 6\}$

B
 $\{4, 5, 6\}$

$A \cap B$
 $\{4, 6\}$

$A \cup B$
 $\{2, 4, 5, 6\}$

$$P(A \cap B) = 2/6 = 1/3$$

«و» یعنی اشتراک؛ هر دو شرط باید برقرار باشد.

$$P(A \cup B) = 4/6 = 2/3$$

«یا» یعنی اجتماع؛ یکی یا هر دو شرط کافی است.

فرمول ترکیبی

چون عضوهای اشتراک دوبار شمرده می‌شوند:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

تفاوت «یا» در ریاضی

در ریاضی، «A یا B» معمولاً شامل حالتی است که هر دو رخ دهند؛ مگر اینکه سؤال صریحاً بگوید «فقط یکی از آن دو».

سؤال ترکیبی

در همان تاس، احتمال «عدد زوج باشد ولی بزرگ‌تر از ۳ نباشد» را بیاب.

حل: $A - B = \{2\}$ ، پس احتمال $1/6$ است.

سؤال‌های امتحانی حل‌شده

تیپ سؤال‌ها بازطراحی شده‌اند تا شبیه آزمون‌های هماهنگ و نوبت اول باشند؛ متن سؤال‌ها عیناً کپی نشده است.

۱) درست یا نادرست

«مجموعه عددهای زوج، زیرمجموعه عددهای صحیح است.»

درست. هر عدد زوج، یک عدد صحیح است؛ پس $E_2 \subseteq \mathbb{Z}$.

۲) نمایش و عمل‌ها

$B = \{0, 2, 4\}$ و $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -1 \leq x < 4\}$

$$A = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$$

$$A - B = \{-1, 1, 3\} \text{ و } A \cap B = \{0, 2\}$$

۳) مسئله بافت‌دار

از ۴۰ دانش‌آموز، ۲۳ نفر شطرنج، ۱۸ نفر والیبال و ۹ نفر هر دو را انتخاب کرده‌اند. چند نفر هیچ‌کدام را انتخاب نکرده‌اند؟

حداقل یکی: $23 + 18 - 9 = 32$. هیچ‌کدام: $40 - 32 = 8$ نفر.

۴) احتمال ترکیبی

یک سکه و یک تاس سالم را هم‌زمان می‌اندازیم. احتمال «شیر و عدد زوج» چقدر است؟

۱۲ حالت هم‌شانس داریم. حالت‌های مطلوب: $(H, 2), (H, 4), (H, 6)$ ؛ پس $3/12 = 1/4$.

نکته نمره‌آور

در پاسخ تشریحی فقط جواب نهایی ننویس. مجموعه‌ها، فرمول یا شمارش حالت‌ها را نشان بده؛ بخش مهمی از نمره مربوط به مسیر حل است.

رفع اشکال

پنج دام پرتکرار در برگه امتحان

اشتباه‌ها را بشناس تا قبل از مصحح، خودت آن‌ها را شکار کنی.

تهی با مجموعه شامل تهی یکی نیست

درست: $n(\{\emptyset\})=1$ و $n(\emptyset)=0$

غلط: $\emptyset=\{\emptyset\}$

۱

عضو را با زیرمجموعه قاطی نکن

درست: $\{1\} \subseteq \{1,2\}$ و $1 \in \{1,2\}$

غلط: $1 \subseteq \{1,2\}$

۲

در اجتماع، تکرار ننویس

درست: $\{1,2,3\}$

غلط: $\{1,2\} \cup \{2,3\} = \{1,2,2,3\}$

۳

بخش مشترک را دوبار نشمار

درست: $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

غلط: $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$

۴

عدد ۱ اول نیست

درست: $\{2,3,5\}$ و احتمال $3/6=1/2$

غلط: عددهای اول تاس $\{1,2,3,5\}$

۵

چک نهایی ۳۰ ثانیه‌ای

اشتراک دوبار شمرده نشده؟

$\exists$ و $\ni$ درست انتخاب شده؟

عضو تکراری حذف شده؟

آکولدها درست‌اند؟

کسر احتمال ساده شده؟

آزمون ۲۰ نمره‌ای فصل مجموعه‌ها

زمان پیشنهادی: ۳۵ دقیقه. بدون نگاه کردن به پاسخنامه حل کن.

(۱) (۲ نمره) درست یا نادرست بودن عبارت‌ها را مشخص کنید.
الف) $\emptyset \in \emptyset$ ب) $\emptyset \subseteq \{1\}$ ج) $\{1,2\} = \{2,1,1\}$ د) $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z}$

(۲) (۲ نمره) مجموعه را بیابید $n(A)$ را به روش فهرست بنویسید و $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2$

(۳) (۲ نمره) اگر $B = \{2,4,6\}$ و $C = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 7 \text{ و } x \text{ زوج}\}$ باشد، رابطه B و C را بنویسید. آیا $\{2,6\} \subseteq C$ است؟

(۴) (۳ نمره) برای $A = \{1,2,3,5\}$ و $B = \{2,4,5\}$ ، مجموعه‌های $A \cup B$ ، $A \cap B$ و $A - B$ را بیابید.

(۵) (۳ نمره) در کلاس ۳۵ نفره، ۲۰ نفر فوتبال، ۱۷ نفر بسکتبال و ۸ نفر هر دو را دوست دارند. چند نفر فقط فوتبال و چند نفر هیچ‌کدام را دوست ندارند؟

(۶) (۲ نمره) یک مجموعه ۵ عضوی چند زیرمجموعه و چند زیرمجموعه غیرتهی دارد؟

(۷) (۳ نمره) یک تاس سالم می‌اندازیم. A پیشامد «عدد زوج» و B پیشامد «عدد بزرگ‌تر از ۴» است. $P(A \cup B)$ را بیابید.

(۸) (۳ نمره) دو سکه سالم پرتاب می‌شوند. احتمال «دقیقاً یک شیر» و احتمال «حداقل یک شیر» را بیابید.

نمره خودارزیابی: از ۲۰ سؤال‌هایی که باید دوباره تمرین کنم:

حل تشریحی آزمون جامع

مسیر حل را با نوشته خودت مقایسه کن؛ فقط جواب نهایی را نگاه نکن.

(۱)

الف نادرست؛ تهی عضوی ندارد. ب درست؛ تهی زیرمجموعه هر مجموعه است. ج درست؛ ترتیب و تکرار مهم نیست. د درست.

(۲)

$A = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$ و $n(A) = 5$.

(۳)

$C = \{2, 4, 6\}$ ، پس $B = C$. همچنین $\{2, 6\} \subseteq C$ درست است.

(۴)

$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$A \cap B = \{2, 5\}$

$A - B = \{1, 3\}$

(۵)

فقط فوتبال: $20 - 8 = 12$. حداقل یکی: $20 + 17 - 8 = 29$. هیچ‌کدام: $35 - 29 = 6$.

(۶)

کل زیرمجموعه‌ها: $2^5 = 32$. غیرتهی: $32 - 1 = 31$.

(۷)

$A = \{2, 4, 6\}$ ، $B = \{5, 6\}$ و $A \cup B = \{2, 4, 5, 6\}$. پس $P = 4/6 = 2/3$.

(۸)

$S = \{HH, HT, TH, TT\}$. دقیقاً یک شیر: ۲ حالت، پس $1/2$. حداقل یک شیر: ۳ حالت، پس $3/4$.

۱۷ تا ۲۰

تسلط عالی؛ برو سراغ سؤال‌های ترکیبی.

۱۳ تا ۱۶،۷۵

خوب؛ دام‌های صفحه ۱۹ را مرور کن.

کمتر از ۱۳

درس‌های ۱ تا ۳ را با مثال‌ها دوباره حل کن.

جمع‌بندی نهایی

همه فصل در یک نگاه

این صفحه را شب امتحان مرور کن؛ اما یادگیری اصلی با حل تمرین است.

نشانه‌ها

$\in$ عضو است
 $\notin$ عضو نیست
 $\subseteq$ زیرمجموعه است
 $\emptyset$ تهی
 $n(A)$ تعداد عضو

عمل‌ها

$A \cup B$ اجتماع
 $A \cap B$ اشتراک
 $A - B$ تفاضل
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

زیرمجموعه

مجموعه n عضوی: 2^n زیرمجموعه
 غیرتهی: $2^n - 1$
 نه تهی و نه خود مجموعه: $2^n - 2$

احتمال

$P(A) = n(A)/n(S)$
 $0 \leq P(A) \leq 1$
 $P(\emptyset) = 0$
 $P(S) = 1$

ترجمه واژه‌ها:

«هیچ‌کدام» ← بیرون اجتماع

«در A ولی نه در B » ← تفاضل

«و» ← اشتراک

«یا» ← اجتماع

برنامه مرور سه‌مرحله‌ای

امروز: مثال‌های حل‌شده را بدون نگاه دوباره حل کن. فردا: آزمون ۲۰ نمره‌ای را تکرار کن. سه روز بعد: فقط سؤال‌هایی را حل کن که قبلاً اشتباه کرده‌ای.

منابع و شیوه تدوین

محتوا بر اساس ساختار فصل اول کتاب رسمی «ریاضی پایه نهم»، کد ۹۰۵، سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۵ تدوین شده است. ترتیب درس‌ها: معرفی مجموعه؛ مجموعه‌های برابر و نمایش مجموعه‌ها؛ اجتماع، اشتراک و تفاضل؛ مجموعه‌ها و احتمال.
 تیپ‌های امتحانی با الهام از آرشيو آزمون هماهنگ کشوری ریاضی نهم خرداد ۱۴۰۴ و نمونه آزمون‌های نوبت اول و دوم بازرراحی شده‌اند؛ سؤال‌ها و پاسخ‌ها تألیفی‌اند و عیناً از منبعی کپی نشده‌اند.

gama.ir و paadars.com: آرشيو آزمون | chap.sch.ir: پایگاه رسمی کتاب‌های درسی

ریاضی را با دیدن یاد نمی‌گیریم؛ با «فکر کردن، نوشتن و اصلاح کردن» یاد می‌گیریم.