

آموزش ساده مجموعه‌ها نهم

آموزش ساده و رسمی مبحث مجموعه‌ها

ریاضی نهم

مقدمه

در این جزوه، مبحث «مجموعه‌ها» به زبان ساده و مطابق محتوای کتاب ریاضی نهم آموزش داده می‌شود. هدف این است که دانش‌آموز بتواند مفهوم مجموعه، عضو، عضویت، نمایش مجموعه، مجموعه تهی، زیرمجموعه، برابری مجموعه‌ها، اجتماع و اشتراک را به خوبی یاد بگیرد و در تست‌ها و سوال‌های امتحانی به درستی به کار ببرد.

1) مجموعه چیست؟

مجموعه یعنی دسته‌ای از اشیای مشخص و متمایز.

در یک مجموعه: - اعضا باید کاملاً مشخص باشند. - اعضا نباید تکراری نوشته شوند. - ترتیب نوشتن اعضا مهم نیست.

مثال

اگر بنویسیم:

$$A = \{2, 3, 5\}$$

یعنی 2، 3 و 5 عضوهای مجموعه A هستند.

نکته مهم

عبارت‌هایی مثل:

$$\{1, 2, 1, 4, 5\}$$

درست نیستند، چون عدد 1 تکرار شده است. شکل درست آن:

$$\{1, 2, 4, 5\}$$

(2) عضو و عضویت

اگر یک عدد یا شیء داخل یک مجموعه باشد، می‌گوییم عضو آن مجموعه است.

برای نشان دادن عضو بودن از نماد زیر استفاده می‌کنیم:

$$\in$$

و برای عضو نبودن از نماد زیر:

$$\notin$$

مثال

اگر 4 عضو مجموعه A نباشد، می‌نویسیم:

$$4 \notin A$$

اگر 3 عضو مجموعه A باشد، می‌نویسیم:

$$3 \in A$$

(3) نمایش مجموعه

مجموعه را می‌توان به چند روش نمایش داد:

الف) با آکلا

به صورت فهرست اعضا داخل آکلا می‌نویسیم:

$$A = \{2, 3, 5\}$$

(ب) با نمودار ون

در نمودار ون، مجموعه را داخل یک ناحیه بسته نشان می‌دهیم و عضوها را درون آن می‌نویسیم.

نکته

- تکرار عضوها در مجموعه معنایی ندارد.
- جابه‌جایی عضوها هم چیزی را تغییر نمی‌دهد.

(4) مجموعه تهی

مجموعه‌ای که هیچ عضوی ندارد، مجموعه تهی نام دارد.

نماد آن:

$$\emptyset$$

مثال

اگر مجموعه‌ای هیچ عددی نداشته باشد، آن را با $\emptyset$ نشان می‌دهیم.

نکته امتحانی

مجموعه تهی، زیرمجموعه‌ی هر مجموعه‌ای است.

$$\emptyset \subseteq A$$

(5) زیرمجموعه

اگر همه‌ی عضوهای یک مجموعه در مجموعه‌ی دیگر باشند، آن مجموعه زیرمجموعه نام دارد.

نماد زیرمجموعه بودن:

$\subseteq$

مثال

اگر همه‌ی عضوهای B در D باشند، می‌نویسیم:

$$B \subseteq D$$

مثال مهم

هر مجموعه زیرمجموعه‌ی خودش است:

$$A \subseteq A$$

نکته بسیار مهم

نباید عضو بودن و زیرمجموعه بودن را با هم اشتباه گرفت.

- $3 \in A$ یعنی 3 عضو A است.
- $\{3\} \subseteq A$ یعنی مجموعه‌ی یک‌عضوی $\{3\}$ زیرمجموعه‌ی A است.

(6) برابری مجموعه‌ها

دو مجموعه وقتی برابر هستند که دقیقاً عضوهای یکسانی داشته باشند.

مثال

اگر دو مجموعه A و B عضوهای یکسانی داشته باشند، می‌نویسیم:

$$A = B$$

نکته

برابری مجموعه‌ها به ظاهر نوشتن بستگی ندارد، بلکه به عضوها بستگی دارد.

(7) مثال‌های استاندارد امتحانی

مثال 1

مجموعه‌ی اعداد طبیعی کوچکتر از 5 را بنویسید.

پاسخ

$$\{1, 2, 3, 4\}$$

مثال 2

مجموعه‌ی شمارنده‌های اول عدد 19 را بنویسید.

پاسخ

عدد 19 اول است، پس شمارنده‌های اول آن:

$$\{19\}$$

مثال 3

مجموعه‌ی عددهای صحیح منفی بزرگتر از -8 را بنویسید.

پاسخ

$$\{-7, -6, -5, -4, -3, -2, -1\}$$

مثال 4

آیا 4 عضو مجموعه‌ی $A = \{1, 3, 5, 7\}$ است؟

پاسخ

خیر.

$$4 \notin A$$

مثال 5

آیا $\{1, 3\}$ زیرمجموعه‌ی $A = \{1, 2, 3, 4\}$ است؟

پاسخ

بله، چون هر دو عضو 1 و 3 در A وجود دارند.

$$\{1, 3\} \subseteq A$$

(8) اشتراک و اجتماع

این دو مفهوم در کاربردهای مجموعه‌ها بسیار مهم‌اند.

اشتراک دو مجموعه

عضوهایی که هم در A باشند و هم در B ، اشتراک دو مجموعه را تشکیل می‌دهند.

نماد:

$$A \cap B$$

مثال

اگر:

$$A = \{1, 2, 3\}$$

$$B = \{3, 4, 5\}$$

آنگاه:

$$A \cap B = \{3\}$$

اجتماع دو مجموعه

عضوهایی که در حداقل یکی از دو مجموعه باشند، اجتماع دو مجموعه را تشکیل می‌دهند.

نماد:

$$A \cup B$$

مثال

برای همان دو مجموعه بالا:

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

9) مثال‌های تشریحی و امتحانی

مثال 1

مجموعه‌ی دانش‌آموزانی را در نظر بگیرید که در تیم فوتبال یا والیبال هستند. اگر یک دانش‌آموز در هر دو تیم باشد، او در کدام بخش قرار می‌گیرد؟

پاسخ

او در اشتراک دو مجموعه قرار می‌گیرد.

مثال 2

اگر

$$A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x \leq 2\}$$

باشد، مجموعه را بنویسید.

پاسخ

$$A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

مثال 3

اگر

$$A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

باشد، مجموعه‌ی

$$B = \{x \mid x \in A, x^2 \leq 2\}$$

را بنویسید.

پاسخ

عددهایی از A که مربعشان حداکثر 2 باشد عبارت‌اند از:

$$B = \{-1, 0, 1\}$$

مثال 4

برای مجموعه‌ی زیر همه‌ی زیرمجموعه‌ها را بنویسید:

$$A = \{1, 2\}$$

پاسخ

زیرمجموعه‌ها:

$$\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$$

10 نکات مهم برای امتحان

- در مجموعه، تکرار اعضا مجاز نیست.
- ترتیب اعضا مهم نیست.
- $\in$ برای عضو بودن است.
- $\subseteq$ برای زیرمجموعه بودن است.
- $\emptyset$ زیرمجموعه‌ای هر مجموعه‌ای است.
- هر مجموعه زیرمجموعه‌ی خودش است.
- اگر دو مجموعه عضوهای یکسان داشته باشند، برابرند.
- $A \cap B$ یعنی اشتراک.
- $A \cup B$ یعنی اجتماع.

جمع‌بندی نهایی

مجموعه‌ها یکی از پایه‌ای‌ترین مباحث ریاضی نهم هستند. اگر دانش‌آموز مفهوم «عضو»، «عضویت»، «زیرمجموعه»، «مجموعه تهی»، «برابری مجموعه‌ها»، «اجتماع» و «اشتراک» را خوب یاد بگیرد، در حل بسیاری از سوال‌های کتاب و امتحان موفق خواهد بود.

فرمول‌ها و نمادهای مهم

- عضو بودن: $\in$
- عضو نبودن: $\notin$
- زیرمجموعه: $\subseteq$
- مجموعه تهی: $\emptyset$
- اشتراک: $\cap$
- اجتماع: $\cup$

پایان